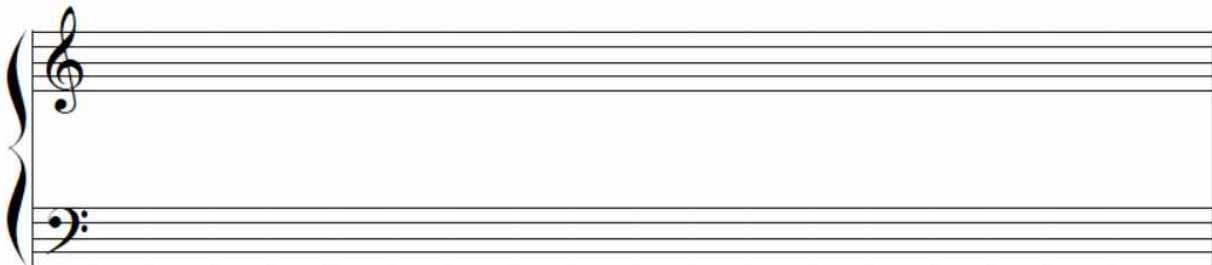
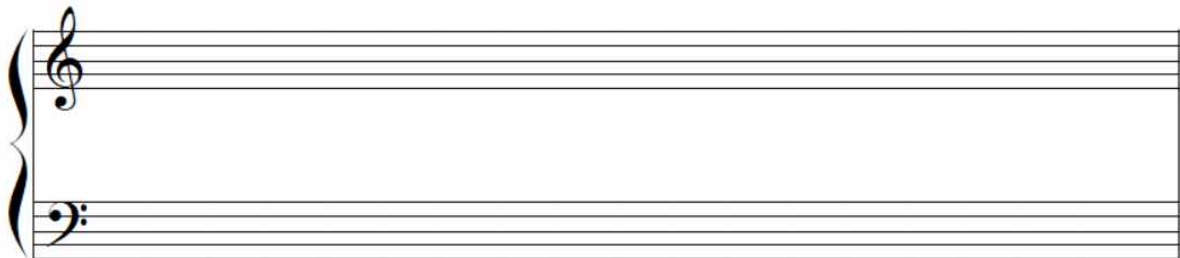
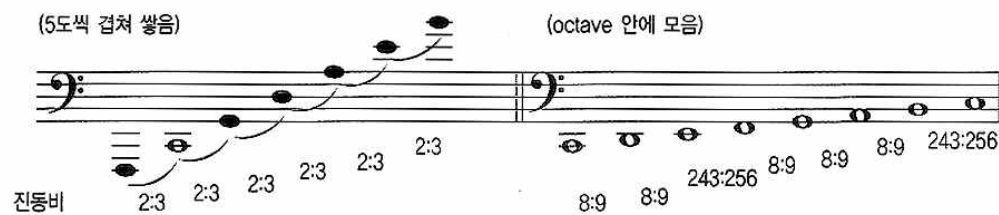


조율법

1. 피타고라스 조율법(Pythagoras Temperament)

- B. C. 6세기 경 피타고라스의 조율법
- 진동비와 현 길이가 간단한 정수 비례일수록 협화라는 개념에서 출발
 - 옥타브 - 1:2
 - 완전5도 - 2:3
 - 완전4도 - 3:4
- 온음계를 구하는 방법
 - 완전 5도를 상행 5번, 하행 1번 반복- 옥타브의 온음계를 모두 구함
 - 이 옥타브를 피타고라스 음률이라고 부름

- 피타고라스 음률



가. 피타고라스 음률의 음정비와 간격

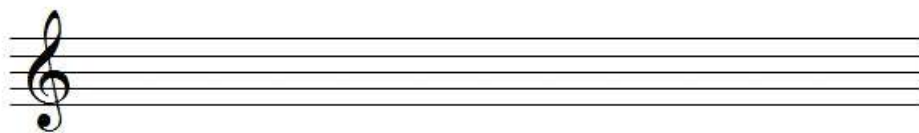
- cent¹⁾간격으로 보는 피타고라스 조율

- 표 1 C음을 기준으로 한 피타고라스 음률의 음정비

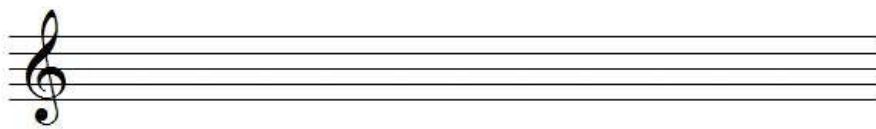
음	C	D	E	F	G	A	B	C'
음정비	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
cent	0	204	408	498	702	906	1110	1200
평균율 cent	0	200	400	500	700	900	1100	1200

- 음정비율 구하기

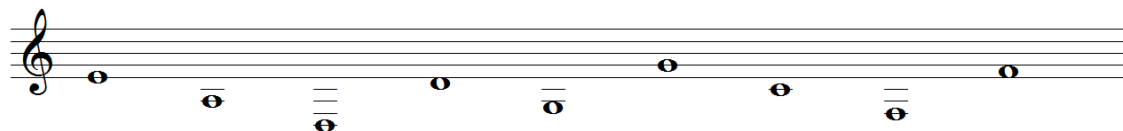
$$C-D = \frac{9}{8} \quad (C \rightarrow G \rightarrow D' \rightarrow D, \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8})$$



$$D-E = \frac{9}{8} \quad (D \rightarrow A \rightarrow E' \rightarrow E, \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8})$$



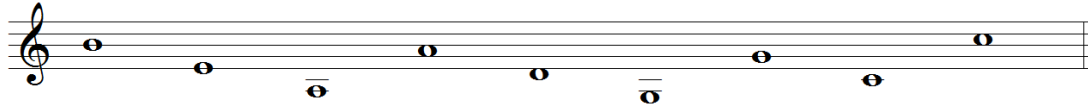
$$E-F = \frac{256}{243} (E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow D' \rightarrow G \rightarrow G' \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow F, \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{256}{243})$$



- $F-G = \frac{9}{8} \quad (F \rightarrow C' \rightarrow C \rightarrow G, \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8})$
- $G-A = \frac{9}{8} \quad (G \rightarrow D' \rightarrow D \rightarrow A, \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8})$
- $A-B = \frac{9}{8} \quad (A \rightarrow E' \rightarrow E \rightarrow B, \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8})$

1) 엘리스(Alexander John Ellis, 1814 ~ 1890)는 각 음정간의 간격을 cent로 나타내었고 한 옥타브를 1200 cent로 규정함

• $B-C' = 256/243 (B \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow C \rightarrow C', \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{256}{243})$



♦ 표 2 각 음정사이를 기준으로 한 피타고라스 음률의 음정비

음	C	D	E	F	G	A	B	C'
음정비	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$
cent	204	204	90	204	204	204	204	90
평균율 cent	200	200	100	200	200	200	200	100

나. 조율법으로서의 문제점

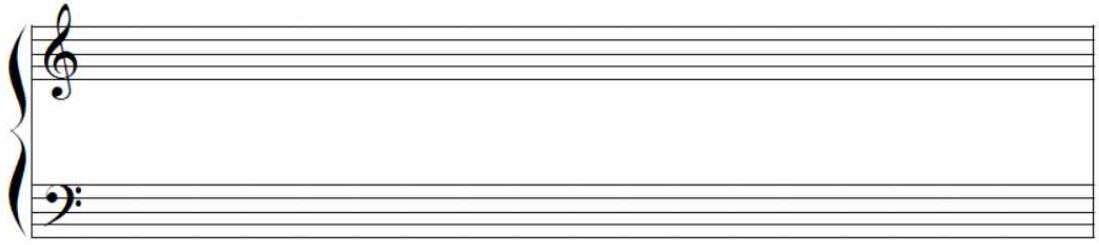
1) 림마(limma)와 아포토메(apotome)

- ♦ 림마(limma)
 - ✓ E-F, B-C'의 간격=> 90 cent
 - ✓ 림마를 구하는 방법(모든 숫자의 단위는 cent)
 - 완전4도= 옥타브 - 완전 5도=1200-(204+204+90+204)= 1200-702=498
 - 장2도 = 완전5도 +완전5도 -옥타브 =702cent+702cent-1200cent=204cen
 - 장3도= 장2도+장2도= 204cent+204cent = 408cent
 - 단2도(반음) = 완전 4도 - 장3도 = 498-408
- ✓ 아포토메(Apotome)
 - 204cent-90cent=114cent
 - 장2도에서 림마를 뺀 값
 - 반음이지만, 림마보다 큰 간격
 - <큰 반음>에 해당
- ✓ 반음의 간격이 각기 달라 이조가 불가능

2) 피타고라스 켄마(Pythagoras Comma)

- ♦ 피타고라스 켄마: 완전5도를 거듭해 얻어진 B#음이 C보다 24cent 높음.
- ♦ 24cent는 미분음 정도의 차이임. 즉 이명동음이 되지 않음
- ♦ 피타고라스 켄마 계산법 (1)

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{3^{12}}{2^{19}} = \frac{531441}{524288} = \frac{74}{73} = 1.0136242...$$



- ✓ 완전 5도 $\frac{3}{2}$ 를 12번 거듭하면 $B\# \Rightarrow B\#$ 은 7옥타브 위의 C음과 이명동음 $\Rightarrow 1.0136242$
 $\Rightarrow 24$ cent 정도의 차이

- ◆ 피타고라스 켄마 계산법 (2)
 - ✓ 피타고라스 조율법 상 완전 5도는 702 cent
 - ✓ 평균율 상에서 완전 5도는 700cent
 - ✓ 따라서 완전 5도 진행 한번에는 2cent의 차이가 나고, 이를 12회 반복하면 24 cent가 오차

3) 신토닉 켄마 (syntonic comma)

- ◆ 피타고라스 율의 장3도 $\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} = \frac{81}{64}$ vs. 순정율의 장 3도 $4:5 = \frac{5}{4} = \frac{80}{64}$
 들을 때에는 순정률의 장3도가 더 이상적
 피타고라스 율의 장3도는 408, 순정율의 장3도는 386 cent이므로 이 차이가 22cent
- ◆ 순정률은 장3도, 장6도 음정의 울림이 좋음.
 - ✓ 장3도, 장6도 모두 22 cent의 차이를 보임
 - ✓ 피타고라스 장6도: $27/16(906\text{cent})$
 - ✓ 순정 장6도: 884cent

2. 순정률(Pure Temperament)

가. 기원

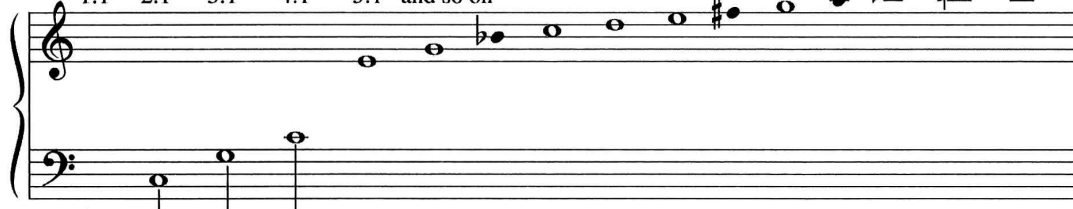
- 자연 배음렬에 의한 음정 비율을 조율에 반영
- 순정률은 배음렬을 기반으로 만들
- 완전5도(2:3, 702cent)와 장3도(4:5, 386cent), 단3도(5:6, 316cent)의 비율을 중심으로 음계를 구성

나. 원리 및 특징

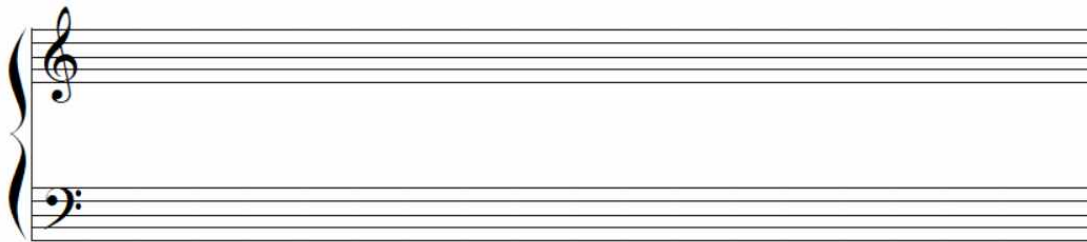
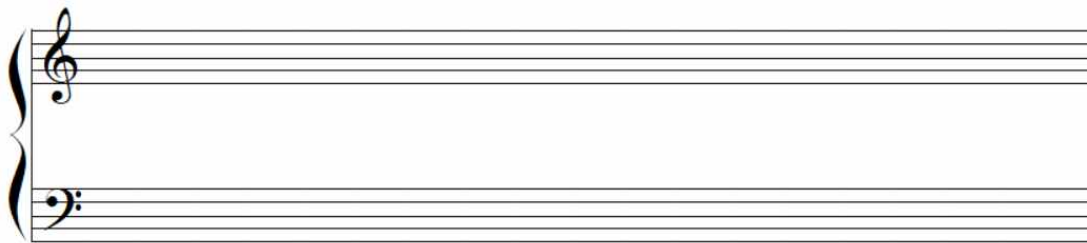
- 으뜸음(C), 버금딸림음(F), 딸림음(G) 위에 각각 장3화음을 만들
- 주요 3화음인 I도(C-E-G), IV도(F-A-C), V도(G-B-D) 속에 한 옥타브의 장음계를 구성하는 모든 음이 포함됨
- 기원전 아르키타스(Archytas, BC 430 ~ 365)는 완전4도를 분할해서 큰 온음, 작은 온음, 반음을 구분하고 큰 온음과 작은 온음을 합해서 순정 장3도의 진동수 비를 구함

Harmonic number: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

Frequency ratio: 1:1 2:1 3:1 4:1 5:1 and so on



Third overtone = fourth harmonic
Second overtone = third harmonic
First overtone = second harmonic
Fundamental = first harmonic



♦ 표 3 C음을 기준으로 한 순정률 주요화음의 음정비

I도(C-E-G)	$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = 4 : 5 : 6$
IV도(F-A-C)	$\frac{4}{3} : \frac{5}{3} : 2 = 4 : 5 : 6$
V도(G-B-D)	$\frac{3}{2} : \frac{15}{8} : \frac{9}{8} \times 2 = 4 : 5 : 6$

♦ 표 4 C음을 기준으로 한 순정률의 음정비

음	C	D	E	F	G	A	B	C'
음정비	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
cent	0	204	386	498	702	884	1088	1200
평균을 cent	0	200	400	500	700	900	1100	1200

- ◆ 표 5 각 음정사이를 기준으로 한 순정률의 음정비

음	C	D	E	F	G	A	B	C'
음정비	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	
cent	204	182	112	204	182	204	112	
평균율 cent	200	200	100	200	200	200	100	

- ✓ 완전4도 =큰 온음 +작은 온음 +반음
- ✓ $\frac{4}{3} = \frac{9}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{16}{15}$

- ✓ 장3도 =큰 온음 +작은 온음
- ✓ $\frac{5}{4} = \frac{9}{8} \times \frac{10}{9}$

- ◆ 음정만들기가 보다 용이함

다. 문제점

1) 디뮈머스콤마(Didymus Comma)

- ◆ 디뮈머스(Didymus, B.C.63 ~ A.D.10)
 - ✓ C-D, F-G, A-B $\Rightarrow \frac{9}{8}(204\text{cent})$: 큰 온음
 - ✓ D-E, G-A $\Rightarrow \frac{10}{9}(182\text{cent})$: 작은 온음
- ◆ 디뮈머스 콤마는 큰온음과 작은 온음의 차이($204\text{cent}-182\text{cent}=22\text{cent}$)를 뉘디머스 콤마라고 부름
- ◆ 신토닉 콤마와 동일한 값을 가짐
- ◆ 작은 온음 때문에 반음의 크기가 피타고라스율보다 더 넓음
 $\Rightarrow$ 조옮김에 불리함

2) 마이너스 3도와 마이너스 5도

- ◆ 마이너스 3도
 - 순정 장3도는 $\frac{5}{4} \Rightarrow 386\text{cent}$ 큰 온음+ 작은 온음(ex. C-E)
 - 순정 단3도 $\frac{6}{5} \Rightarrow 316\text{cent}$ 큰온음 + 반음 ($204\text{cent} + 112\text{cent}$ ex. A -C' 혹은 배음열의 5, 6까지)
- ◆ 마이너스 3도 - D-F와 같은 간격
작은 온음(182cent)과 반음(112cent) $\Rightarrow 294\text{cent}$
- ◆ 마이너스 5도는 D-A와 같은 간격 680cent 에 해당
 - ✓ 순정 5도 혹은 피타고라스 율의 5도는 702cent 이므로 다시 22cent 의 차이가 생김
- ◆ 마이너스 3도의 경우 다소 어두운 느낌의 화음으로 들리는 정도이나 마이너스 5도의 경우 불협화 정도가 심함

3. 중간음률(Mean Tone Temperament- 가온음률)

가. 기원

- 다성음악의 등장에서 제기된 문제들
피타고라스 조율 : 장3도와 장6도의 불협화가 심함
다성음악에서 장3도의 협화적인 성격이 부각됨
- 순정 3도를 사용하는 방법을 고려하기 시작함.
- 중간음률: 1523년 아론(Pietro Aron, 1489~1545)에 의해 처음 발표
- 완전 5도 협화음의 간격을 약간 좁게 함
- 장3도를 순정 3도로 만들고 장3도의 한 가운데를 온음의 간격으로 만들.

나. 원리 및 특징

- 신포닉 콤마= 피타고라스 율의 장3도는 408, 순정율의 장3도는 386 cent
 $408 - 386 = 22\text{cent}$
- 장3도 => C-G-D-A-E : 완전5도를 4회 진행
- 이상적인 순정 장3도를 만들기 위해 완전 5도를 할 때마다 22cent의 1/4, 즉 5.5cent를 좁게 만들
- 피타고라스 음률의 완전5도인 702cent에서 약5.5cent를 뺀 696.5cent로 중간음률의 완전5도를 만들
 - ♦ 표 6 중간음률

음	C	D	E	F	G	A	B	C'
피타고라스음률 cent	204	204	90	204	204	204	204	90
순정률 cent	204	182	112	204	182	204	204	112
중간음률	193	193	117.5	193	193	193	193	117.5
평균율 cent	200	200	100	200	200	200	200	100

다. 문제점

1) 조율감이 불가능

- 온음 간격이 일정하지만, 반음의 간격이 현저하게 커짐
- 반음 간격이 75.5cent, 117.5cent로 크게 달라지므로 음들의 간격이 다르고 이명동음이 성립하지 않아 불협화가 나타남.

2) 늑대 5도(wolf-5th)

- G#-D#, G#-Eb 같은 이명동음 음정의 간격이 다름
- A♭-D#의 겹증4도는 654cent로 순정 완전5도(702cent)와 48cent의 차이가 남 - 작곡가들이 불협화가 나서 피해야 한다고 본 음정

- 중간음률을 위한 건반악기



3) 단 3도의 불협화

- 큰 반음은 117.5cent, 작은 반음은
- 단 3도의 종류가
 $\text{큰 반음}(117.5\text{cent}) + \text{온음}(193\text{cent}) = 310.5\text{cent}$,
 $\text{작은 반음}(75.5\text{cent}) + \text{온음}(193\text{cent}) = 268.5\text{cent}$ 의 단3도

4. 평균율(Equal Temperament)

가. 기원

- 화성이 발전하고 기악음악이 발달하면서 이전 조율법들이 문제로 대두됨
- 화음의 불균형, 조바꿈의 문제가 등장함
- 현악기군과 건반악기의 협연에서 불협화의 문제점이 나타남
- 음률의 평준화가 요구되기 시작하면서 메르센느(Marin Mersenne, 1588 ~ 1648)가 평균율을 제창함

나. 원리 및 특징

- 평균율은 한 옥타브 안 모든 반음의 간격을 동일하게 분할
- 평균율의 가장 큰 장점은 이명동음이 성립
- 모든 조로 전조가 가능하고 같은 화성이라면 어떤 조에서도 균등한 울림을 갖음

- ♦ 표 7 C음을 기준으로 한 조율법 비교

음	C	D	E	F	G	A	B	C'
피타고라스음률 cent	0	204	408	498	702	906	1110	1200
순정률 cent	0	204	386	498	702	884	1088	1200
중간음률	0	193	386	503.5	696.5	889.5	1082.5	1200
평균율 cent	0	200	400	500	700	900	1100	1200

- 바흐의 평균율은 다소 맥놀이가 있지만, 큰 지장이 없음을 확인



다. 문제점

- 옥타브를 제외한 모든 음정이 순수한 협화가 아님
- 오르가니스트들은 이 조율법에 상당한 거부감을 보임
- 특히 장3도는 순정 장3도와 큰 차이가 남 - 화성에 지저분한 울림을 부여함
 - ◆ 장3도: 피타고라스 음률에서는 408cent, 평균율에서는 400cent, 순정률에서는 386cent
 - ◆ 평균율로 조율된 악기는 14cent만큼의 불협화
- 평균율 단3도 간격 역시 순정률보다 좁아 불협화를 일으킴